

NOVO MODELAMENTO MATEMATICO DA MOAGEM EM MOINHOS DE BOLAS

Alexis P. Yovanovic(1)
Hélcio Pinheiro Moura(2)

RESUMO

Um novo modelamento foi desenvolvido na área de tratamento de minérios: o chamado **MODELO OPERACIONAL**, que identifica dois componentes principais na prática de operações unitárias: o Natural e o Operacional. Este último, pouco considerado nas simulações convencionais de processos de cominuição, nas abordagens tanto cinéticas como energéticas.

O novo modelamento introduz o 'índice de Cominuição' como propriedade macrofenomenológica fundamental do processo, o qual pode ser extrapolado para escalas industriais com boa aproximação, levando em conta, simultaneamente, características próprias do minério, do equipamento mecânico e das condições de operação. Os conceitos introduzidos por este modelo, já sintetizados em programas de computador, permitem: o cálculo de dimensionamento de moinhos novos; análise de aproveitamento de moinhos existentes (disponíveis) e a otimização de equipamentos em operação.

(1) Engenheiro Civil-Químico (pós-graduado em Engenharia Química, 1968/1973) pela "Universidad del Norte", Chile; Idealizador do "Modelo Operacional"; Consultor Sênior em Tratamento de Minérios da LEME ENGENHARIA LTDA.

(2) Engenheiro Mecânico pelo Instituto Politécnico da PUC-MG em 1977; Pós-graduado em Engenharia Econômica pela Fundação Dom Cabral em 1979; Especialista em transporte e manuseio de materiais; Consultor Senior em Projetos de Mineração da LEME ENGENHARIA LTDA.

1. INTRODUÇÃO

A cominuição, até hoje, constituiu-se no maior item de investimento e de custo de operação dentro de uma usina convencional de tratamento de minérios. Por este motivo, seu estudo teórico e desenvolvimento tecnológico tem sido uma grande preocupação dos centros de pesquisa, universidades, empresas de engenharia, fabricantes de equipamentos de mineração e das próprias empresas produtoras.

Este esforço tem-se traduzido num enorme desenvolvimento ao longo do tempo, desenvolvimento este muito mais marcante na área de fabricação do equipamento do que na compreensão dos fenômenos fundamentais. A melhor compreensão destes fenômenos permitiria melhorar os métodos de cálculo, controle e otimização do processo de cominuição. O desequilíbrio do conhecimento tecnológico existente entre os fundamentos teóricos do fenômeno e do avanço técnico-comercial dos equipamentos têm criado uma certa perda de objetividade nas avaliações técnico-econômicas, dentro do estudo de novos projetos, permitindo uma luta de mercado baseada mais na penetração de 'culturas tecnológicas' do que no próprio raciocínio técnico e político das empresas produtoras(39).

Por sua parte, na área de controle e otimização, a pouca compreensão fenomenológica do processo permite o aparecimento de modelos tipo 'caixa preta', de alto custo, que pretendem entrar diretamente no mercado, com pouca confirmação experimental e, muitas vezes, sem dar a conhecer ou justificar seus fundamentos teóricos de suporte.

Dentro deste contexto, o novo modelamento ora proposto pode contribuir a melhorar a posição tecnológica das empresas frente às necessidades de investimento em novos projetos e de otimização de processos nesta área.

2. A NOVA CONCEPÇÃO MACROFENOMENOLOGICA DO PROCESSO

2.1. O estado atual da arte

A estrutura geral do modelamento de processos na área de tratamento de minérios deve considerar, como fundamental, uma descrição ou representação do fenômeno principal do processo e das operações unitárias ou fenômenos auxiliares envolvidos no sistema (classificação, transporte, etc., no caso da moagem).

O fenômeno principal pode ser descrito através das seguintes abordagens:

* Modelos Microfenomenológicos, que se prestam à representação química ou física do processo.

* Modelos Estatísticos, que são feitos a partir da regressão de uma série de experimentos que, em vez de descrever o fenômeno ou o processo em si, só consideram os resultados deste processo.

* Modelos Macrofenomenológicos, os quais descrevem macroscopicamente alguma performance do processo. Por exemplo: leis cinéticas, curvas de separação, distribuição do tempo de residência, etc..

Até hoje, os modelamentos conhecidos no processo de cominuição, voltados à moagem em moinhos tubulares, são do tipo macrofenomenológico(10), os quais podem, por sua vez, ser classificados como 'Energéticos' (Bond, Rowland, etc.), ou 'Cinéticos' (J. Herbst, Austin, Lynch, etc.).

O 'Modelo Operacional'(38) foi desenvolvido como alternativa macrofenomenológica para o modelamento de diversos processos, e é objetivo deste trabalho expor seus fundamentos básicos e suas vantagens frente aos modelamentos conhecidos, na operação de moagem.

2.2. Estrutura geral do modelamento matemático da moagem em moinhos de bolas

O processo de moagem envolve principalmente três operações simultâneas, todas de grande complexidade: a própria cominuição (impacto, atrição, abrasão) que é o fenômeno fundamental, e as operações auxiliares de classificação granulométrica e transporte macro-molecular.

Basicamente, qualquer modelamento tem que criar um sistema de equações que levem em conta: as características do minério (dureza, granulometria, etc.), do equipamento (potência aplicada, diâmetro, velocidade de rotação, etc.) e, o mais complicado, a maneira como estes dois elementos se combinam dentro do moinho para atender às necessidades do processo (operação). Este sistema de equações busca quantificar a maneira pela qual o minério está recebendo a energia aplicada ao sistema. Existe um ponto ótimo na relação 'Energia aplicada' versus 'Energia recebida' que conduz aos menores custos de operação e ao mínimo consumo específico de energia. Os fenômenos auxiliares de classificação e transporte fazem parte deste sistema, contribuindo para melhorar a recepção de energia por parte do minério.

São atributos indispensáveis de um bom modelamento macrofenomenológico:

a) 'Dimensionar' o equipamento mais adequado para cumprir uma necessidade de processo (normalmente levar o material de um tamanho 'F', na alimentação, a outro 'F', no produto, da maneira mais econômica quanto possível).

b) **Prever** a performance do processamento de um material num moinho definido (disponível).

c) **Otimizar** a operação de um moinho industrial, indicando e, eventualmente, comandando as medidas operacionais a serem feitas para tal objetivo (máxima alimentação, mínimo custo operacional, etc.).

2.3. O Fundamento Macroscópico do Fenômeno

Experiências feitas normalmente no laboratório e, as vezes, em planta piloto, permitem extrair aquela performance do processo que possa ser descrita matematicamente e, segundo o modelamento utilizado, que permita sua projeção industrial para sistemas em estado estacionário.

Uma determinada quantidade de contatos entre bolas e minério, por unidade de força, permite que o material seja cominuído até um tamanho definido.

Os conceitos cinéticos podem ser observados na Figura 1, onde, na opinião dos autores, o fenômeno de cominuição é uma resultante vetorial, não necessariamente linear através do tempo, do produto matricial entre a velocidade de quebra e sua distribuição granulométrica.

O modelo operacional propõe que, dependendo do tempo de residência das partículas e das condições operacionais, definindo-se a quantidade mais provável de contatos entre os corpos moedores e o material, e a intensidade deste contato, o fenômeno pode ser modelado da seguinte forma:

$$IC = \left(\frac{T}{TM} \right) * BL * RM * DI * FV, \left(\frac{\text{Potência-hora}}{t} \right) \quad (\text{Eq. 1})$$

onde IC é o **'Índice de Cominuição'**, ou a quantidade de contatos bola/minério por unidade de força. Por sua vez:

T = tempo médio de residência do material (base seca) do moinho, em minutos;

TM = taxa de alimentação, em toneladas métricas/hora;

BL = peso total da carga de bolas dentro do moinho, em toneladas métricas;

RM = velocidade de rotação do moinho, em rotações por minuto;

DI = diâmetro interno do moinho, em pés;

FV = fração da velocidade crítica.

2.4. Extrapolação Industrial do Fenômeno (scale-up)

Ainda sem considerar os fenômenos auxiliares à cominuição, a relação de escala do fenômeno para moinhos de maior diâmetro tem sido motivo de sérias dificuldades ainda na atualidade(1,24,36).

A abordagem energética do fenômeno, idealizada por Bond, é aperfeiçoada por Rowland mediante a aplicação de certos fatores de correção, baseados na experiência(29). Por sua vez, a abordagem cinética considera uma relação de proporcionalidade entre a função específica de seleção e o diâmetro do moinho, sem especificação de limites(4,18,19,24).

Austin(2,3) define o conceito de quebra limite, ou força limite de quebra acima do qual a fragmentação da partícula permanece invariável, conceito compartilhado pelo Modelo Operacional.

O Índice de Cominuição (Eq. 1), considera uma combinação de fatores onde a diferença entre o diâmetro de laboratório e o industrial é só uma parte, interdependente das equações de energia (potência mecânica), transporte e classificação. De maneira preliminar, o modelo tem definido diâmetros máximos do moinho em relação à dureza do material, a partir do qual verifica-se o conceito indicado por Austin. Em relatório interno feito por um dos autores(44), é indicado o procedimento experimental requerido para definir este diâmetro limite, no laboratório.

Simulações feitas no computador, utilizando a fração da velocidade crítica sugerida por Rowland(29), demonstram que, ao contrário do indicado por este autor, a eficiência energética varia de maneira inversamente proporcional ao diâmetro do moinho (aumenta o consumo de energia), a partir do diâmetro mínimo que permite a quebra do 'top-size', condição que adquire maior importância ao se superar o diâmetro máximo definido.

Na prática industrial, por razões de custo de investimento, muitas vezes é projetado o moinho de maior diâmetro possível e, o desconhecimento do conceito indicado por Austin implica, às vezes, no superdimensionamento do diâmetro do moinho, como aconteceu com o projeto de Bouganville(1,24).

Na Figura 2 é mostrado graficamente o resultado de uma simulação do modelo, para um caso específico de moagem, variando-se o diâmetro do equipamento, podendo-se observar, mais claramente, o conceito anterior. O cálculo foi feito utilizando a fração de velocidade crítica sugerida por Rowland(29) para cada diâmetro simulado. A utilização de velocidades otimizadas de rotação do moinho, que o Modelo Operacional tem determinado, permite melhorar a performance de moinhos de maior diâmetro, como é indicado nos capítulos seguintes.

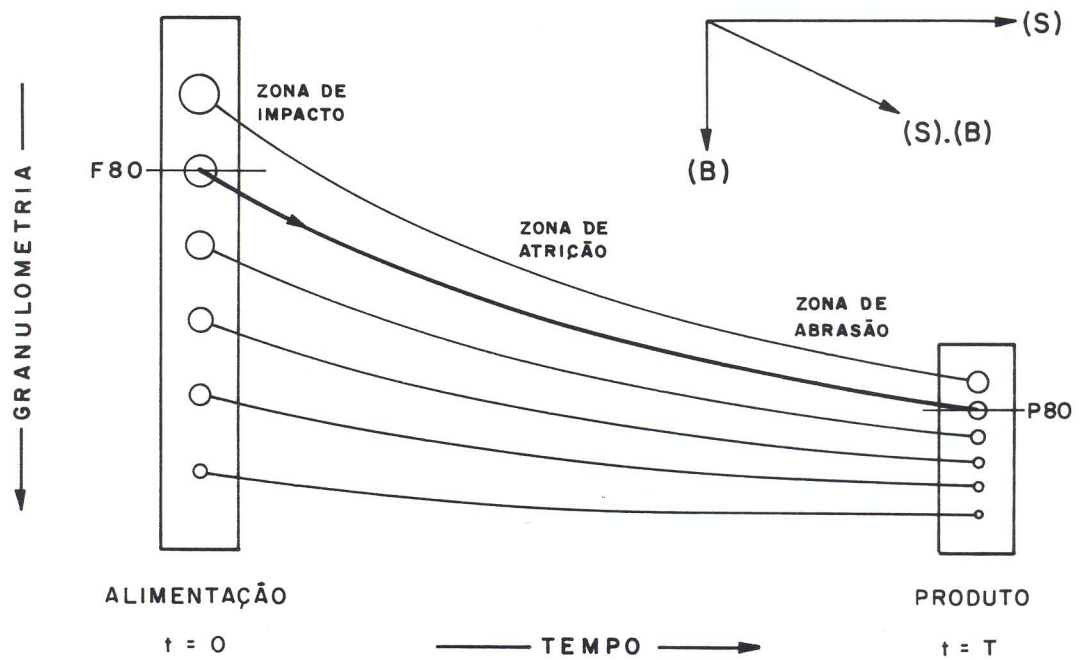
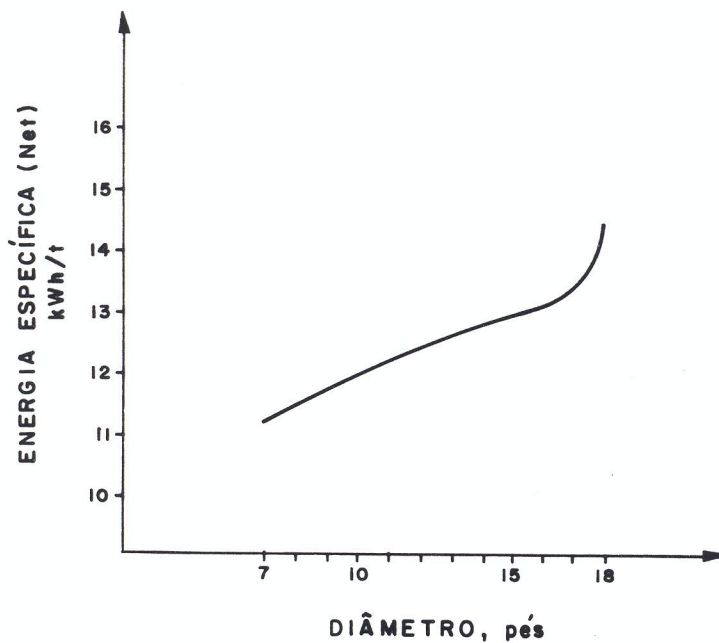


FIGURA 1-DESCRIÇÃO DO FENÔMENO EM SISTEMA BATCH

VC de acordo com Modelo Energético



CONDIÇÕES :

$W_i = 15.18 \text{ kWh/st}$

$F80 = 14.438 \mu\text{m}$

$P80 = 149 \mu\text{m}$

$SG = 3.15 \text{ g/cm}^3$

$NE = 38\% \text{ carga de bolas}$

FIGURA 2- VARIAÇÃO DO CONSUMO ESPECÍFICO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DO MOINHO

2.5. As Funções de Transporte e Classificação em Estado Estacionário

O modelo energético não considera este aspecto de maneira fenomenológica, mas a determinação experimental do 'work index' leva implícita a correlação com o moinho de referência das experiências originais de Bond (8.5 pés de diâmetro, 70% da velocidade crítica, 35% de enchimento de bolas, 77% de sólidos, 350% de carga circulante). Qualquer mudança daquelas condições operacionais invalida a extrapolação direta do 'work index', motivo pelo qual, também baseado em experiências práticas, Rowland(29) cria novos fatores de correção.

Estes fatores, além de arbitrários, não resolvem a maior parte das variáveis operacionais envolvidas no processo, as quais podem ser muito diferentes em relação às previstas por Bond (baixa percentagem de enchimento de bolas, por exemplo).

Os modelos cinéticos, pelo fato de não contar com ligação experimental para processos no estado estacionário, enfrentam as seguintes dificuldades:

1. Adaptar os parâmetros de quebra e seleção às diversas condições operacionais do processo industrial (% de sólidos, carga de bolas, % da velocidade crítica, etc.);
2. transformar o tempo de residência 'batch' a uma distribuição real de tempo no estado estacionário.

O primeiro tópico é abordado de maneira mais profunda por Austin(2,3,4), resumindo o conjunto de condições operacionais dentro de um conceito que relaciona volumetricamente o quociente minério/bola. Este autor define valores ótimos acima ou abaixo dos quais o processo entra em ineficiência, direta ou indiretamente. Austin chama de ineficiência indireta quando o moinho entra em 'overfilling', ou seja, quando o inventário de material é volumetricamente superior ao dos corpos moedores ($U > 1$). Caso contrário é chamado de 'underfilling'.

Na distribuição real do tempo de residência, a abordagem cinética se divide em duas interpretações principais, ambas radicalmente opostas: Herbst e outros(17,18,19,24,34,35), aplicam diretamente conceitos de engenharia química para distribuir o tempo (RTD, ou Residence Time Distribution), criando um modelo auxiliar de transporte utilizando a analogia de 'N-mixers' em série, visando obter diferentes tempos por faixa granulométrica.

Austin e outros(2-4,14,22,31), além de manifestarem sua rejeição ao modelo de transporte baseado em

RTD, assumem que, pelo contrario, não existe distribuição de tempo de residência dentro do moinho e, para uma relação volumétrica minério/bola igual a unidade ($U=1$), a massa que se encontra dentro do moinho é transportada da maneira 'fully mixed'. Em outras palavras, tanto a água como os grossos e os finos têm o mesmo tempo de residência dentro do moinho.

O modelo operacional considera que existe classificação hidráulica dentro do moinho, a qual é suficiente para operar, inclusive em circuito aberto, em determinadas condições de processo (produto relativamente grosso, baixo nível de enchimento de corpos moedores, etc.).

Experiências feitas na Noruega(12), para moagem de minério de ferro, demonstram que a classificação interna funciona corretamente a partir de 22% de enchimento, produzindo a mesma granulometria de descarga que outro moinho operando em circuito fechado, e ainda, com 16% a menos de consumo específico de energia.

O que foi dito é facilmente observável na operação de moinhos industriais. Quando um sistema começa a operar, demora algum tempo antes de atingir o estado estacionário (de 10 a 30 minutos, dependendo do processo). Neste ponto nota-se que a densidade da polpa na descarga, no primeiro sinal de vazamento pelo 'overflow', atinge valores muito próximos aos da água e logo vai crescendo até chegar ao mesmo valor da polpa alimentada ao moinho (estado estacionário), tal como se mostra na Figura 3, onde o tempo 'zero' é o tempo de residência da água e o tempo 'infinito' é o tempo de residência da partícula de maior tamanho que abandona o moinho.

Por sua vez, isto produz um aumento de densidade dentro do moinho (ou seja, aumenta a percentagem de sólidos), produto da decantação ou classificação hidráulica de partículas, chegando a um equilíbrio dentro do seu estado estacionário que faz distribuir o tempo de residência da forma mostrada na Figura 3.

O Modelo Operacional desenvolveu equações específicas para descrever este fenômeno secundário, em função de diversas variáveis que podem melhorar ou prejudicar a classificação hidráulica. Neste último caso, o modelo indica as condições limites acima das quais o sistema fechado seria necessário para completar o processo de classificação mal feito pelo próprio equipamento.

2.6. A Abordagem Mecânica da Aplicação de Energia ao Sistema

Todos os modelos convencionais consideram a equação mecânica do moinho da forma seguinte:

$$HP = f(L, DI, FV, DC) \quad (\text{Eq. 2})$$

onde: L = comprimento do moinho;
 DI = diâmetro interno do moinho;
 FV = fração da velocidade crítica, e
 DC = densidade média da carga dentro do moinho.

Normalmente, para uma relação L/D compatível com as possibilidades de resistência mecânica do cilindro e, principalmente, garantindo condições de transporte e classificação hidráulica de acordo com as necessidades granulométricas do processo (por ex. L/D > 1 para moagem fina), o comprimento do moinho resulta como consequência do cálculo das variáveis anteriores, cuja expressão matemática faz uma ponte com as necessidades energéticas do minério, de acordo com a expressão:

$$HP = 1.341 * W * TM \quad (\text{Eq. 3})$$

onde, W = consumo específico de energia, em kWt/h.

A densidade de carga é o fator de cálculo que apresenta maior dificuldade, e os modelamentos conhecidos consideram como carga do moinho somente a carga de bolas, apresentando sérias dificuldades para projetar moinhos operando com menos de 30% de enchimento.

O Modelo Operacional considera como carga do moinho as bolas, a água e o próprio material a moer, incluindo o efeito de espessamento dentro do equipamento. Isto permite o dimensionamento mecânico do moinho para qualquer nível de enchimento (inclusive semi-Autógenos).

3. O MODELO OPERACIONAL E OS MITOS TECNOLÓGICOS

3.1. O Circuito Aberto

A existência de classificação interna dentro do moinho, para baixos níveis de enchimento, já foi confirmada industrialmente, para moagem de minério de ferro no moinho de bolas 'single-stage', maior do mundo (6.5 metros de diâmetro)(12).

O moinho, operando com 22% de enchimento de bolas, foi comparado com os moinhos da instalação original da usina, operando em circuito fechado. Foi demonstrado que os moinhos em circuito fechado consomem 29% a mais de energia específica que o moinho aberto (lembramos que C. Rowland, pelo contrário, castiga com 20% os sistemas abertos). O novo moinho apresentou menos 33% no consumo de revestimento e 14% no consumo de bolas. Tudo isto avaliado, em detalhe, durante cinco anos contínuos de operação.

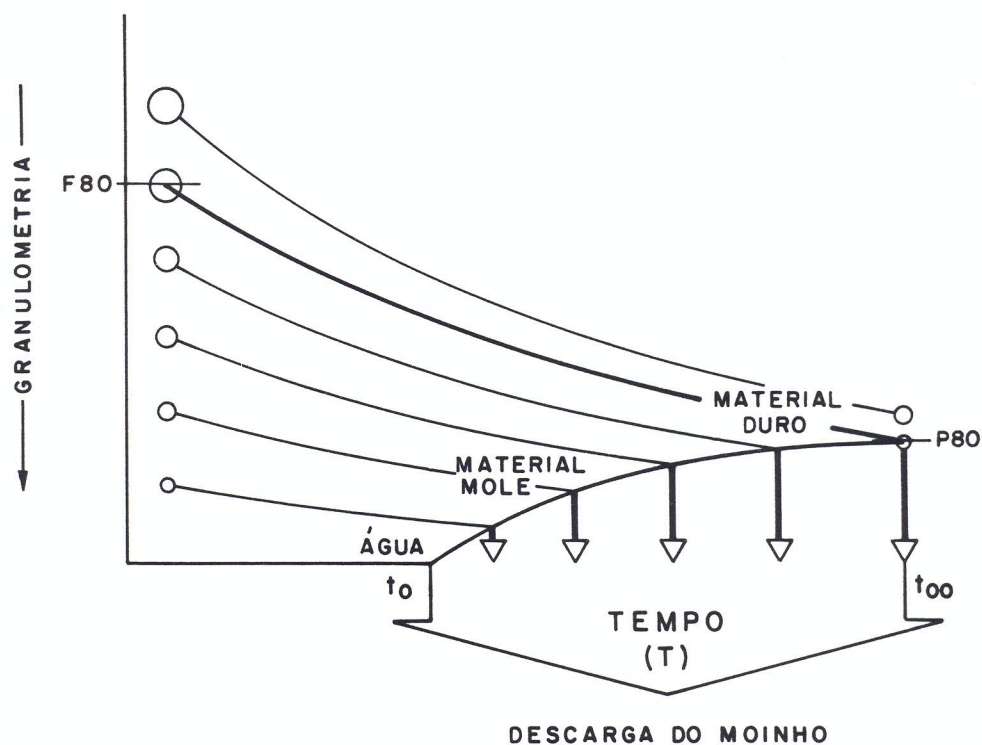


FIGURA 3- REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO TRANSPORTE EM ESTADO ESTACIONÁRIO

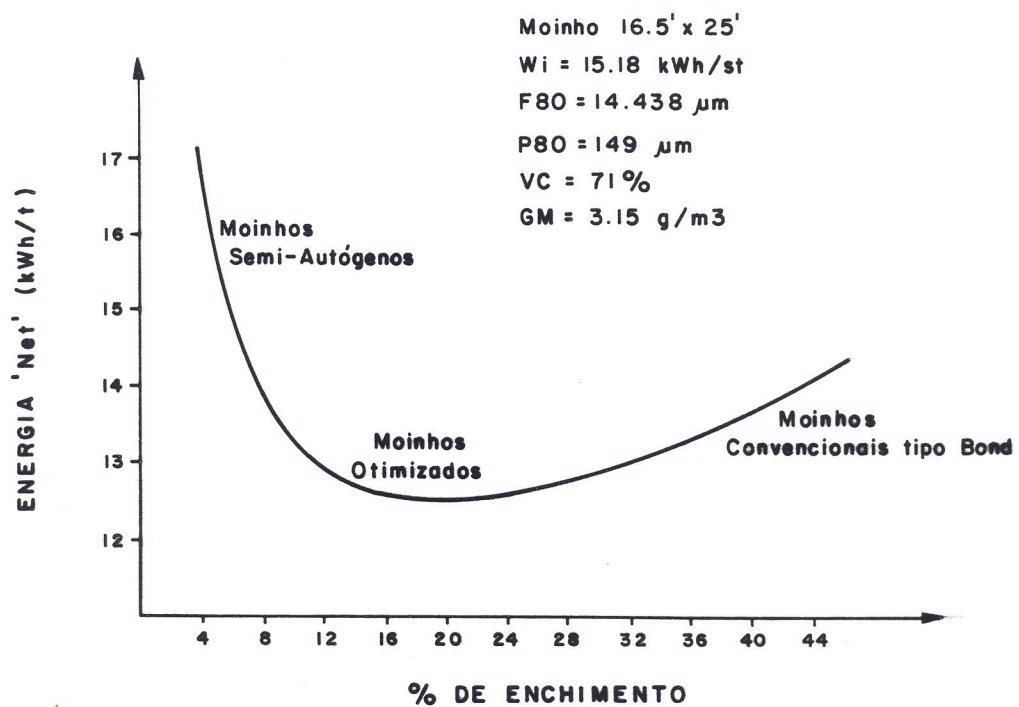


FIGURA 4 - NÍVEL ÓTIMO DE ENCHIMENTO DE CORPOS MOEDORES

3.2. O Nível de Enchimento de Bolas

Um caso específico industrial foi simulado no computador e representado graficamente na Figura 4. Outras simulações para diferentes minérios, condições operacionais e tamanhos de moinhos concluem que o valor ótimo de enchimento para a carga de bolas encontra-se normalmente na faixa de 16 a 25%.

Nenhum dos modelamentos convencionais tem manifestado esta importantíssima conclusão. Pelo contrário, a utilização de altos níveis de enchimento é de uso corrente nos projetos de instalações industriais, prejudicando, nas comparações técnico-econômicas, as alternativas convencionais de moagem.

Da Figura 4 pode-se entender uma das razões mais importantes para que o sistema semi-Autógeno de moagem (4 a 8% de enchimento e grande diâmetro) apresente invariavelmente um maior consumo de energia que os sistemas convencionais, em todas as instalações industriais conhecidas.

3.3. A Velocidade de Rotação

Na Figura 5 é mostrado graficamente o resultado da simulação feita no computador, para dezenas de condições diferentes. Pode-se observar que existe nitidamente um ponto crítico, a partir do qual o consumo específico de energia por tonelada nova adicional de material alimentado ao sistema é praticamente duplicado de modo violento. Os pontos críticos são os mesmos para diferentes condições de operação (por exemplo 20% de enchimento de bolas).

Da observação da Figura 5 podemos entender, também, uma das razões pelas quais os moinhos de Bouganville, de 18 pés de diâmetro, operando acima de 80% da velocidade crítica, como recomendado por alguns consultores, apresentam alto consumo de energia em relação aos valores projetados(1,24,36).

O programa de computador foi rodado para diferentes níveis de enchimento e condições de operação e, de maneira constante e transparente, o Modelo Operacional demonstrou que existe uma velocidade de rotação ótima para cada diâmetro de moinho, cuja comparação com os valores tabulados por C. Rowland(29) é mostrada na tabela seguinte:

Diâmetro Nominal (pés)	% da velocidade crítica (C. Rowland) (M. Operacional)	
14'	70.7	82
15'	69.8	76
16.5'	68.7	69
18'	67.5	63

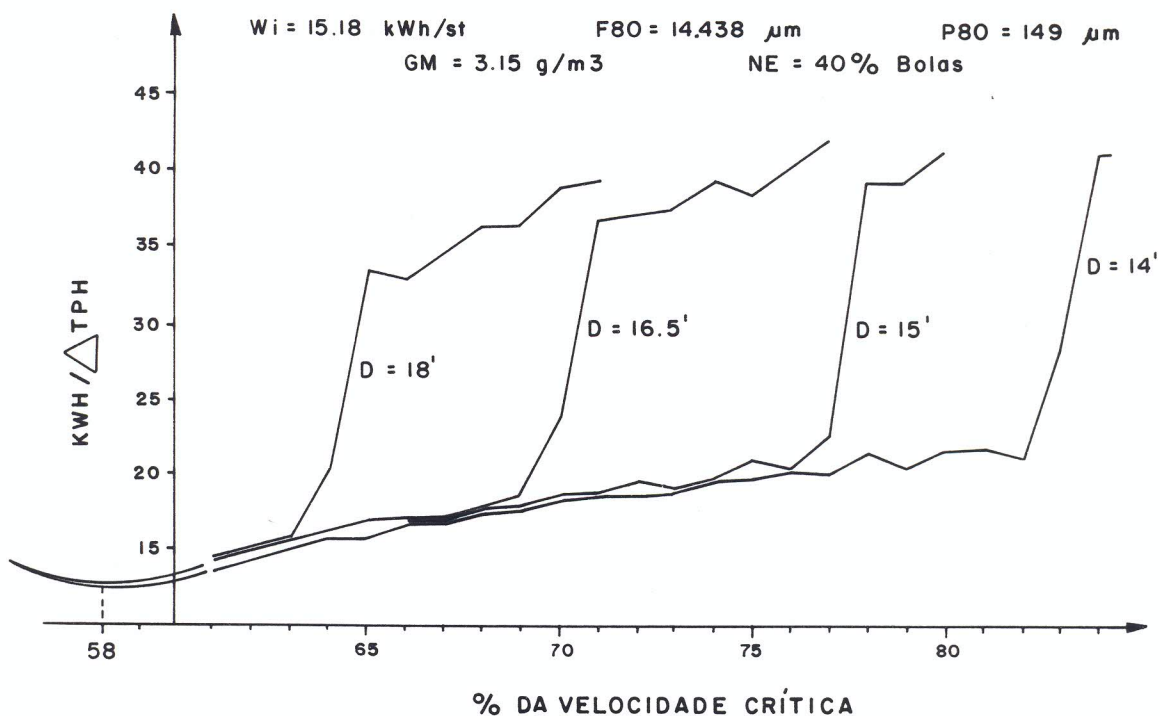


FIGURA 5 - EFEITO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO NO CONSUMO ESPECÍFICO DE ENERGIA

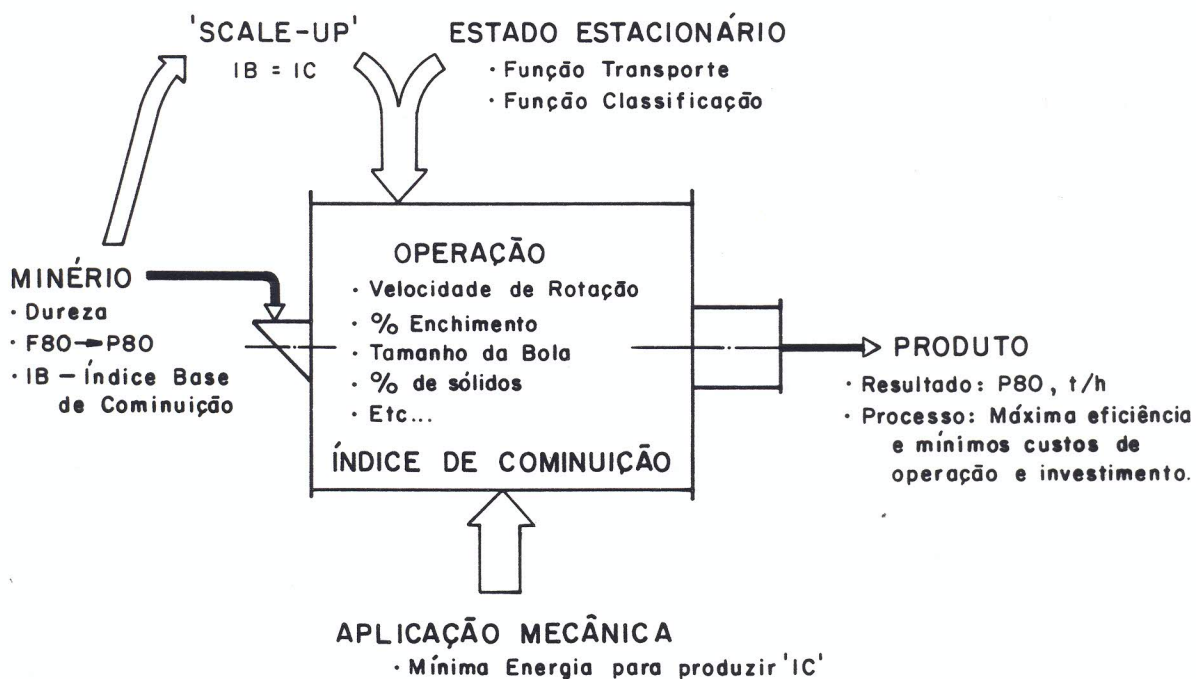


FIGURA 6 - ESQUEMA DE APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO OPERACIONAL DE MOAGEM

4. OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO

A equação mecânica do processo, expressa no item 2.6, objetiva a busca de valores otimizados para as variáveis mecânicas envolvidas, atingindo o mínimo consumo específico de energia para produzir o índice de Cominuição requerido pelo material.

Uma parcela importante do modelamento foi comprovada através da resolução de suas rotinas de cálculo, por meio de computador, introduzindo-se dados operacionais de alguns moinhos industriais conhecidos, ficando demonstrada a validade e precisão do modelo.

Na figura é esta resumida a metodologia de cálculo para dimensionamento, simulação e otimização de moinhos tubulares. Uma vez obtido o Padrão Otimizado do Processo, definido pelo Modelo Operacional, é possível partir para o controle automático, levando-se em conta que controlar o processo não significa efetuar apenas o controle de seu resultado.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

No âmbito do Brasil, seria de enorme interesse confrontar os dados operacionais das instalações industriais de moagem com o modelamento sugerido, a fim de aprimorá-lo nas equações empíricas que compõem as rotinas de cálculo e favorecer uma ponte entre o trabalho de laboratório e a prática industrial.

Isto significaria melhorar as condições técnicas da nossa engenharia de processos, para o confronto dos interesses nacionais frente às pressões comerciais dos fabricantes e de consultores internacionais.

6. BIBLIOGRAFIA

1. ARBITRER, N. & HARRIS, C.C. "Scale-Up and Dynamics of Large Grinding Mills. A case Study". Design and Installation of Comminution Circuits, Cap. 26. Society of Mining Engineers of the AIME, New York, 1982.
2. AUSTIN, L.G. "Concepts in Process Design of Mills", Mining Engineering, jun/1984, p. 628-35.
3. AUSTIN, L.G.; KLIMPEL, R.R.; LUCKIE, P.T. Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling, Society of Mining Engineers of the AIME, 1984.
4. AUSTIN, L.G.; KLIMPEL, R.R.; LUCKIE, P.T.; ROGERS, R.S.C. "Simulation of Grinding Circuits for Design". Design and Installation of Comminution Circuits, Cap. 19. Society of Mining Engineers of the AIME, New York, 1982.

5. BARRAT, D.J. & SOCHOCKY, M.A. "Factors Which Influence Selection of Comminution Circuits". Design and Installation of Comminution Circuits, Cap. 1. Society of Mining Engineers of the AIME, New York, 1982.
6. BASCUR, O.A. "Profit-Based Grinding Controls". Minerals & Metallurgical Processing, Feb/1990. p. 9-15.
7. BASCUR, O.A.; FREEH, E.J.; HERBST, J.A. "Dynamic Simulation for Estimation of Industrial Grinding Circuit Control Characteristics". ISA Transactions, Vol. 25. NO 2. 1986. p. 77-83.
8. BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. Fenomenos de Transporte. Editorial Reverté. Barcelona. 1964.
9. BOND, Fred C. "Crushing and Grinding Calculations". Processing Machinery Department, ALLIS-CHALMERS Manufacturing Company, Milwaukee, Wisconsin. 1961.
10. BROUSSAUD, A. "Advanced Computer Methods for Mineral Processing: Their Function and Potential Impact on Engineering Practices". XVI International Mineral Processing Congress. Edited by E. Forssberg. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam. 1988.
11. DEISTER, René J. "How to Determine the Bond Work Index Using Lab Ball Mill Grindability Tests". Engineering & Mining Journal (E&MJ). Feb/1987. p. 42-5.
12. FORSUND, B.; NORKYN, I.; SANDVIK, K.L.; WINTHER, K. "Sydvarangers 6.5m diameter x 9.65m Ball Mill". XVI International Mineral Processing Congress. Edited by E. Forssberg. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam. 1988.
13. FRANKS, Roger G.E. Modeling and Simulation in Chemical Engineering. John Wiley & Sons, New York, 1972. (Chapter VIII, Staged Operations).
14. GAO, Ming Wei & FORSSBERG, E. "The Effect of Powder Filling on Selection and Breakage Functions in Batch Grinding". Powder Technology. 59(1989). p. 275-83.
15. GOTTSCHALK, J. & HUSEMANN, K. "On Characterization of Conveying Processes in Ball Mills Rheological Parameters". Powder Technology. 58(1989). p. 131-6. Elsevier Sequoia, Amsterdam.
16. HERBST, J.A. "Developments in the Use of Modeling and Simulation Techniques for the Improvement of Mineral Processing Operations". AIME - Proceedings of the fifth Extractive and Process Metallurgical Fall Meeting. Mathematical Modelling of Materials Processing Operations, California, U.S.A. 1987.
17. HERBST, J.A. & PATE, W.T. "The Power of Model Based Control for Mineral Processing Operations". Control International Inc. Salt Lake City, Utah.
18. HERBST, J.A. & RAJAMANI, K. "Developing a Simulator for Ball Mill Scale-Up. A case Study". Design and Installation of Comminution Circuits, Cap. 20. Society of Mining Engineers of the AIME, New York, 1982.
19. HERBST, J.A. & LO, Y.C. "Grinding Efficiency with Balls or Cones as Media". International Journal of Mineral Processing. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam. 1989. p. 141-51.
20. KAWATRA, S.K. & EISELE, T.C. "Rheology Effects in Grinding Circuits". XVI International Mineral Processing Congress. Edited by E. Forssberg, Elsevier Publishers B.V., Amsterdam. 1988.

21. KAWATRA, S.K.;EISELE, T.C.;ZHANG, D.X.;RUSESKEY, M.T. "Temperature Effect on Grinding Circuits Performance". Minerals & Metallurgical Processing. May/1989. p. 85-7.
22. KLIMPEL, R.C.;AUSTIN, L.G.;HOGG, R. "The Mass Transport of Slurry and Solid in a Laboratory Overflow Ball-Mill". Minerals & Metallurgical Processing. May/1989. p. 73-8.
23. LINCH, A.J. "Mineral Crushing and Grinding Circuits. Their Simulation, Optimization, Design and Control". Developments in Mineral Processing, D.W.Fuerstenau - advisory editor. Elsevier Scientific Publishing Co. 1977.
24. LO, Y.C.;HERBST, J.A.;RAJAMANI, K.;ARBITRER, N. "Design Considerations for Large Diameter Ball Mills". International Journal of Mineral Processing. Recent Advances In Comminution, K.Rajamani and J.A.Herbst Editors. Elsevier Science Publishers, Amsterdam. April 1988.
25. MAGDALINOVIC, N.M. "Calculation of Energy Required for Grinding in a Ball Mill". International Journal of Mineral Processing, 25(1989). p. 41-6. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
26. MAGDALINOVIC, N.M. "A Procedure for Rapid Determination of the Bond Work Index". International Journal of Mineral Processing, 27(1989). p. 125-32. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
27. McIVOR, Rob "How a Simple Calculation can be Used to Improve Grinding Efficiency". Canadian Mining Journal. jul/1989. p. 37.
28. MOTZ, J.C. "Types and Characteristics of Common Crushing Plant Flowsheets". Design and Instalation of Comminution Circuits, Cap. 9. Society of Mining Engineers of the AIME, New York, 1982.
29. MULAR, A.L. & BHAPPU, editores, SME - Mineral Processing Plant Design. 2nd. Edition. 1980.
30. MULAR, Andrew L. & JERGENSEN, Gerald V. Design and Instalation of Comminution Circuits. Society of Mining Engineers of the AIME. New York. 1982.
31. NOMURA, S. & TANAKA, T. "Analysis of Mill Capacity Using a Theoretically Derived Selection Function Applied to Ball and Hardgrove Mills". Powder Technology, 58(1989). p.117-24.
32. NORDBERG Process Machinery. Reference Manual, Milwaukee, Wisconsin, First Edition.
33. PEREIRA, C.E. & DONDA, J.D. "O Controle da Eficiência Energética na Moagem. A Aplicação na Caraiba Metais S/A". X Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia. B. Horizonte, Brasil. 1984.
34. ROGOVIN, Z. & HOGG, R. "Internal Classification in Tumbling Grinding Mills". Powder Tecnology, 56(1988). p. 179-89.
35. ROGOVIN, Zvi;CASALI, Aldo;HERBST, J.A. "Tracer Study of Mass Transport and Grinding in a Rod Mill". International Journal of Mineral Processing, 22(1988). Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
36. ROWLAND, Chester A. "Large Ball Mills - Length and Diameter". XVI International Mineral Processing Congress, Edited by E.Forssberg. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam. 1988.
37. RULE, A.R.;FERGUS, A.J.;DAELLENBACH, C.B. "Influence of an Organic Polymer in Ball-Mill Grinding of Quartz, Dolomite and Copper Ore". Report of Investigations 8964, Bureau of Mines, U.S.A. 1985.

38. YOVANOVIC, A.P. "O Modelo Operacional. Nova Interpretação Macrofenomenológica para Operações Unitárias na Área de Tratamento de Minérios". (Trabalho inédito que dá origem aos desenvolvimentos matemáticos já publicados para Flotação e Moagem). B. Horizonte, Brasil. 1987.
39. YOVANOVIC, A.P. "Como Melhorar a Viabilidade dos Projetos de Mineração na América Latina". Trabalho diagnóstico, Relatório interno SUTEC/CVRD, janeiro/1989.
40. YOVANOVIC, A.P. "Visita Técnica a Caraíba Mineração Ltda.". Setembro/1988.
41. YOVANOVIC, A.P. "Pesquisas Aplicadas para o Aperfeiçoamento das Operações Unitárias". Recompilação de sugestões feitas à SUTEC/CVRD. 1988.
42. YOVANOVIC, A.P.; FREITAS, L.R.; MOURA, H.F. "Uma nova Dinâmica para o Trabalho de Desenvolvimento Tecnológico". Aporte ao Programa de Garantia da Qualidade Total, SUTEC/CVRD. 1990.
43. YOVANOVIC, A.P.; FREITAS, L.R.; DRUMOND, M.R. Concentração de Massas por Flotação. Análise Prática conforme o Modelo Operacional. (Livro em processo de edição). 1988.
44. YOVANOVIC, A.P. "Construção de Aparelho Impactômetro para testes de Cominuição". Relatório interno DECEG-SUTEC/CVRD. Junho/1989.